

PHÂN TÍCH DAO ĐỘNG PHI TUYẾN CỦA PANEL TRỤ FG-GPLRC CÓ LỖI GẤP NẾP FG-GPLRC

Vũ Minh Đức*

Viện Công nghệ tiên tiến và Khoa Kỹ thuật công trình, Trường Đại học Tôn Đức Thắng

Lê Thúc Định

Khoa Đạn, Trường Sĩ quan Kỹ thuật quân sự

Lưu Minh Hùng

Khoa Xe máy, Trường Đại học Ngô Quyền

Tóm tắt:

Bài báo trình bày nghiên cứu về đặc trưng dao động phi tuyến của panel trụ FG-GPLRC sử dụng lõi gấp nếp FG-GPLRC khi chịu tác dụng của tải trọng điều hòa theo thời gian. Lõi gấp nếp được mô hình hóa thông qua phương pháp đồng nhất hóa tương đương dựa trên lý thuyết vỏ Donnell. Trên cơ sở đó, hệ phương trình động phi tuyến của kết cấu được thiết lập với việc xét đến phi tuyến hình học theo giả thiết von Kármán, sử dụng hàm Lagrange kết hợp với phương trình Euler-Lagrange. Đáp ứng động của hệ được xác định bằng phương pháp tích phân số Runge-Kutta bậc bốn. Kết quả tính toán cho thấy việc sử dụng lõi gấp nếp giúp nâng cao đáng kể tần số dao động riêng đồng thời làm giảm biên độ dao động của panel so với trường hợp lõi đặc. Ngoài ra, ảnh hưởng của các dạng phân bố mảnh graphene đến đặc trưng dao động phi tuyến của panel trụ FG-GPLRC cũng được phân tích và đánh giá chi tiết.

Từ khóa: Dao động phi tuyến; Panel trụ; FG-GPLRC; Lõi gấp nếp; Lý thuyết vỏ Donnell; Phương pháp Runge-Kutta.

DOI:

Nonlinear vibration analysis of FG-GPLRC cylindrical panel with FG-GPLRC corrugated core

Abstract:

This paper investigates the nonlinear vibration behavior of FG-GPLRC cylindrical panels with an FG-GPLRC corrugated core subjected to time-harmonic loading. The corrugated core is modeled using an equivalent homogenization technique based on Donnell shell theory (DST). Within this framework, the nonlinear equations of motion, accounting for geometric nonlinearity of the von Kármán type, are derived using the Lagrangian formulation and the Euler-Lagrange equations. The dynamic responses of the panel are obtained by employing the fourth-order Runge-Kutta method. Numerical results indicate that the introduction of a corrugated core significantly increases the natural frequencies and reduces the vibration amplitudes compared to panels with solid cores. In addition, the effects of different graphene platelet distribution patterns on the nonlinear vibration characteristics of FG-GPLRC cylindrical panels are also examined and discussed.

Keywords: Nonlinear vibration; Cylindrical panel; FG-GPLRC; Corrugated core; Donnell shell theory; Runge-Kutta method.

1. Giới thiệu

Trong nhiều lĩnh vực kỹ thuật hiện đại như hàng không vũ trụ, cơ khí chế tạo và xây dựng, các kết cấu dạng panel trụ được sử dụng ngày càng phổ biến. Do thường phải làm việc trong môi trường chịu tải động phức tạp, việc nghiên cứu đặc trưng dao động của loại kết cấu này đóng vai trò quan trọng trong quá trình thiết kế và đánh giá độ bền. Đặc biệt, các bài toán dao động phi tuyến được quan tâm nhiều hơn vì chúng phản ánh chính xác hơn hành vi động lực học của kết cấu so với các mô hình tuyến tính truyền thống. Đối với vật liệu có cơ tính biến thiên theo chiều dày (Functionally Graded Materials – FGM), nhiều nghiên cứu đã được thực hiện nhằm khảo sát đặc trưng dao động của panel trụ dưới các dạng tải trọng

khác nhau. Chẳng hạn, Yang và Shen (2003) đã nghiên cứu dao động tự do và ổn định động của panel trụ FGM bằng cách sử dụng lý thuyết biến dạng trượt bậc cao kết hợp với phương pháp Bolotin. Shen và Wang (2014) tiếp tục khảo sát dao động biên độ lớn của panel trụ FGM đặt trên nền đàn hồi trong môi trường nhiệt bằng phương pháp nhiễu hai bước. Bên cạnh đó, Mirzaei và Seyedi (2024) đã xem xét ảnh hưởng của quá trình gia nhiệt bề mặt tức thời đến dao động phi tuyến của panel trụ FGM. Ngoài ra, Karimiasl và Alibeigloo (2023) cũng đã phân tích đặc trưng dao động phi tuyến của panel sandwich FGM sử dụng lõi auxetic chịu gradient nhiệt. Gần đây, Xue và các cộng sự (2023) đã nghiên cứu dao động tự do của panel trụ FGM dựa trên lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất kết hợp với nguyên lý Hamilton.

Song song với sự phát triển của vật liệu FGM, vật liệu composite gia cường graphene với cơ tính biến thiên (FG-GPLRC) cũng đang thu hút nhiều sự quan tâm nhờ các đặc tính cơ học ưu việt. Vật liệu này được tạo thành bằng cách phân tán các mảnh graphene trong nền polymer hoặc kim loại, giúp cải thiện đáng kể độ cứng và khả năng chịu tải của kết cấu. Niu và cộng sự (2022) đã áp dụng nguyên lý Hamilton kết hợp với lý thuyết FSDT để phân tích dao động phi tuyến của panel trụ FG-GPLRC. Trong khi đó, Wang và các cộng sự (2018) đã nghiên cứu dao động và biến dạng của các vỏ cong FG-GPLRC bằng lý thuyết HSDT cùng với phương pháp Navier. Ngoài ra, các

nghiên cứu gần đây của Phương và cộng sự (2024), cũng đã khảo sát các bài toán ổn định động và dao động phi tuyến của các panel FG-GPLRC có hình dạng cong phức tạp bằng phương pháp năng lượng.

Từ các nghiên cứu đã công bố có thể thấy rằng việc cải thiện độ cứng của kết cấu panel vẫn là một hướng nghiên cứu quan trọng nhằm nâng cao đặc trưng động lực học. Trong nghiên cứu này, một cấu hình panel trụ FG-GPLRC sử dụng lõi gấp nếp FG-GPLRC được đề xuất nhằm tăng cường độ cứng tổng thể của kết cấu. Mô hình toán học của hệ được xây dựng dựa trên kỹ thuật đồng nhất hóa đối với lõi gấp nếp do Xia và các cộng sự (2012) đề xuất. Hệ phương trình động phi tuyến được thiết lập bằng cách sử dụng hàm Lagrange và phương trình Euler–Lagrange, trong khi đáp ứng động của panel được xác định bằng phương pháp Runge–Kutta bậc bốn.

2. Panel trụ FG-GPLRC có lõi gấp nếp FG-GPLRC

Xét một panel trụ gồm hai lớp mặt bằng vật liệu FG-GPLRC và một lớp lõi gấp nếp cũng được chế tạo từ vật liệu FG-GPLRC. Các tham số hình học và hệ tọa độ của kết cấu được minh họa trong Hình 1. Panel chịu tác dụng của áp lực ngoài biến thiên điều hòa theo quy luật thời gian $q = Q \sin \Omega t$ (Pa) được giả thiết phân bố đều trên bề mặt ngoài của lớp phủ. Lõi gấp nếp được chế tạo theo dạng hình thang hoặc lượn sóng. Ba dạng quy luật phân bố GPL được xem xét gồm: UD, X và O. Bằng cách kết hợp hai lớp phủ FG-GPLRC với lớp lõi

gấp nếp FG-GPLRC, ba mô hình kết cấu tương ứng được thiết lập, ký hiệu là UD_[3], X_[3] và O_[3] (xem Hình 1).

Ba dạng quy luật phân bố tỷ phần khối lượng GPL của hai lớp phủ được thiết kế như sau

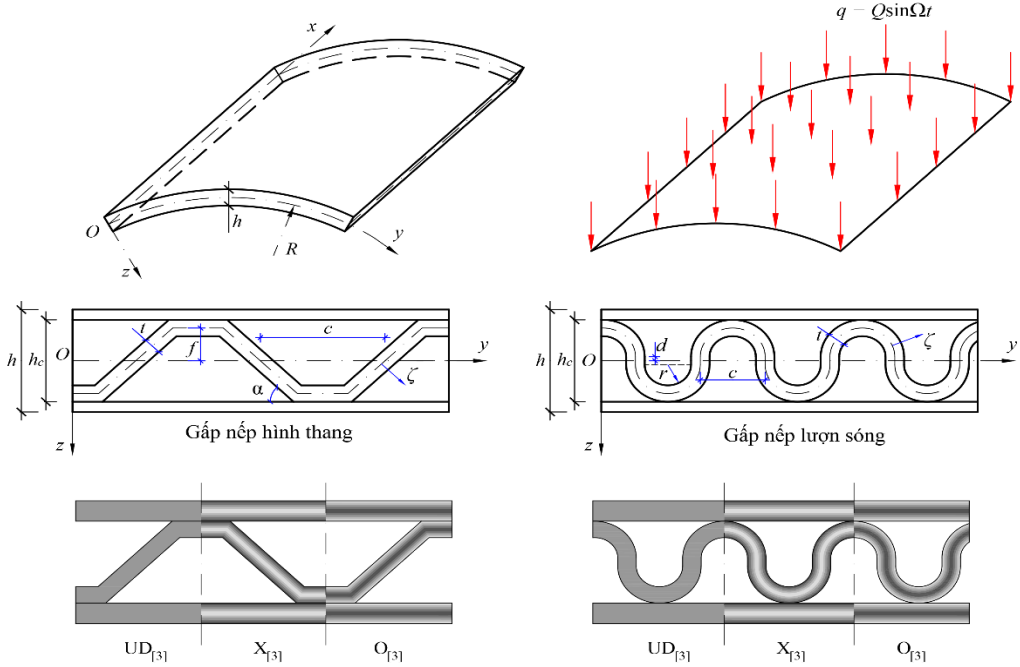
+ Đối với lớp phủ trên $(-h/2 \leq z \leq -h_c/2)$.

$$\begin{aligned} \text{UD: } W_{GPL}^* &= W_{GPL}, \\ \text{X: } W_{GPL}^* &= \left[\frac{(2h_c + 2h + 8z)}{(h - h_c)} \right] W_{GPL}, \\ \text{O: } W_{GPL}^* &= \left[2 - \frac{(2h_c + 2h + 8z)}{(h - h_c)} \right] W_{GPL}. \end{aligned} \quad (1)$$

+ Đối với lớp phủ dưới $(h_c/2 \leq z \leq h/2)$.

$$\begin{aligned} \text{UD: } W_{GPL}^* &= W_{GPL}, \\ \text{X: } W_{GPL}^* &= \left[\frac{(2h_c + 2h + 8z)}{(h - h_c)} \right] W_{GPL}, \\ \text{O: } W_{GPL}^* &= \left[2 - \frac{(2h_c + 2h + 8z)}{(h - h_c)} \right] W_{GPL}, \end{aligned} \quad (2)$$

trong đó W_{GPL} là tổng tỷ phần khối lượng GPL.



Hình 1. Hệ tọa độ, thông số hình học và quy luật phân bố GPL của panel trụ FG-GPLRC có lõi gấp nếp FG-GPLRC

Ngoài ra, các dạng quy luật phân bố GPL của lõi gấp nếp được đề xuất tính qua bề dày của thành gấp nếp như sau.

$$\begin{aligned} \text{UD: } W_{GPL}^* &= W_{GPL}, \\ \text{X: } W_{GPL}^* &= \left(4|\zeta|/t \right) W_{GPL}, \\ \text{O: } W_{GPL}^* &= \left(2 - 4|\zeta|/t \right) W_{GPL}. \end{aligned} \quad (3)$$

Các biểu thức xác định mô đun đàn hồi, hệ số Poisson và khối lượng riêng của FG-GPLRC được xác định như trong tài liệu tham khảo (Phuong và cộng sự, 2024). Do panel có chiều dày nhỏ so với các kích thước còn lại, kết cấu được xem như vỏ mỏng. Trong nghiên cứu này, lý thuyết vỏ Donnell (DST) được áp dụng

để mô tả ứng xử cơ học của panel. Đồng thời, ảnh hưởng của phi tuyến hình học được xét đến thông qua giả thiết biến dạng lớn kiểu von Kármán. Theo đó, các thành phần biến dạng tại một điểm cách mặt trung bình một khoảng z có thể được biểu diễn theo các quan hệ trong phương trình sau.

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^0 - zw_{,xx}, \varepsilon_y = \varepsilon_y^0 - zw_{,yy}, \gamma_{xy} = \gamma_{xy}^0 - 2zw_{,xy}, \quad (4)$$

trong đó:

$$\varepsilon_x^0 = u_{,x} + \frac{1}{2}w_{,x}^2 + w_{,x}w_{,x}^*, \varepsilon_y^0 = v_{,y} - \frac{w}{R} + \frac{1}{2}w_{,y}^2 + w_{,y}w_{,y}^*, \quad (5)$$

$$\gamma_{xy}^0 = u_{,y} + v_{,x} + w_{,x}w_{,y} + w_{,x}w_{,y}^* + w_{,y}w_{,x}^*$$

Định luật Hooke được áp dụng để thể hiện mối quan hệ giữa ứng suất-biến dạng của panel là:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

trong đó Q_{ij} là độ cứng rút gọn được xác định như sau:

$$Q_{11} = Q_{22} = \frac{E(z)}{1-\nu(z)^2}, Q_{12} = \frac{\nu(z)E(z)}{1-\nu(z)^2}, Q_{66} = \frac{E(z)}{2[1+\nu(z)]}.$$

Các thành phần nội lực và mô men của panel trụ FG-GPLRC có lõi gấp nếp FG-GPLRC được thiết lập bằng cách tích phân định luật Hooke theo hướng bề dày và kết hợp với kỹ thuật đồng nhất hóa kết cấu dạng gấp nếp của Xia và các cộng sự (2012).

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ -w_{,xx} \\ -w_{,yy} \\ -2w_{,xy} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

trong đó A_{ij} và D_{ij} là độ cứng của panel trụ lõi gấp nếp được tính như là

$$(A_{ij}, D_{ij}) = (A_{ij}^f, D_{ij}^f) + (A_{ij}^c, D_{ij}^c),$$

với A_{ij}^f, D_{ij}^f và A_{ij}^c, D_{ij}^c lần lượt là độ cứng của hai lớp phủ và lõi gấp nếp được xác định là:

$$(A_{ij}^f, D_{ij}^f) = \int_{-h_c/2}^{-h_c/2} Q_{ij}(1, z^2) dz + \int_{h_c/2}^{h_c/2} Q_{ij}(1, z^2) dz,$$

$$A_{22}^c = \frac{2c}{\frac{I_1}{A_{11}} + \frac{I_2}{D_{11}}}, A_{12}^c = \frac{\bar{A}_{12}}{\bar{A}_{11}} A_{22}^c, A_{11}^c = \frac{A_{12}^c \bar{A}_{12}}{\bar{A}_{11}} + \frac{l}{c} \frac{\bar{A}_{11} \bar{A}_{22} - \bar{A}_{12}^2}{\bar{A}_{11}}, A_{66}^c = \frac{c}{l} \bar{A}_{11},$$

$$D_{22}^c = \frac{c}{l} \bar{D}_{11}, D_{12}^c = \frac{\bar{D}_{12}}{\bar{D}_{11}} D_{22}^c, D_{11}^c = \frac{1}{2c} (I_2 \bar{A}_{22} + I_1 \bar{D}_{22}), D_{66}^c = \frac{l}{c} \bar{D}_{66},$$

$$\text{với } l = \frac{2f}{\sin \theta} + c - \frac{2f}{\tan \theta}, I_1 = \frac{4f \cos \theta}{3 \sin \theta} + 2c - \frac{4f}{\tan \theta}, I_2 = \frac{4f^3}{3 \sin \theta} + 2f^2 \left(c - \frac{2f}{\tan \theta} \right)$$

đối với gấp nếp hình thang,

$$l = \pi r + 2d, c = 2r, I_1 = \pi r, I_2 = \frac{4d^3}{3} + 2\pi d^2 r + 8dr^2 + \pi r^3$$

đối gấp nếp lượn sóng và $\bar{A}_{ij}, \bar{D}_{ij}$ là độ cứng uốn của lõi gấp nếp trong hệ tọa độ địa phương được xác định là

Phương trình tương thích biến dạng của panel dựa theo DST được áp dụng như:

$$(\bar{A}_{ij}, \bar{D}_{ij}) = \int_{-t/2}^{t/2} Q_{ij}(1, \zeta^2) d\zeta.$$

$$\varepsilon_{x,yy}^0 - \gamma_{xy,xy}^0 + \varepsilon_{y,xx}^0 = -\frac{w_{,xx}}{R} - w_{,xx} w_{,yy} + w_{,xy}^2 - w_{,xx} w_{,yy}^* + 2w_{,xy} w_{,xy}^* - w_{,xx}^* w_{,yy}. \quad (8)$$

Điều kiện biên của panel được xem xét là tựa đơn và không thể dịch chuyển là:

$$\begin{aligned} N_x = N_{0x}, M_x|_{x=0,a} = 0, N_{xy}|_{x=0,a} = 0, u = 0, w|_{x=0,a} = 0, \\ N_y = N_{0y}, M_y|_{y=0,b} = 0, N_{xy}|_{y=0,b} = 0, v = 0, w|_{y=0,b} = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Đối với điều kiện biên tựa đơn, dạng nghiệm xấp xỉ của độ võng cũng như độ không hoàn hảo ban đầu của panel được giả thiết dưới dạng khai triển theo các

hàm thỏa mãn điều kiện biên. Biểu thức của các hàm dạng này được trình bày theo dạng như sau

$$w = W \sin \alpha x \sin \beta y, \quad w^* = \xi h \sin \alpha x \sin \beta y, \quad (10)$$

trong đó $\alpha = m\pi/a$, $\beta = n\pi/b$; m và n là các mode dao động. Bằng cách đưa

vào hàm ứng suất $\chi(x, y)$, thỏa mãn các điều kiện sau

$$N_x = \chi_{,yy}, N_{xy} = -\chi_{,xy}, N_y = \chi_{,xx}. \quad (11)$$

Phương trình tương thích biến dạng (8) có thể được viết lại là

$$\begin{aligned} A_{22}^* \chi_{,xxxx} + (2A_{12}^* + A_{66}^*) \chi_{,xxyy} + A_{11}^* \chi_{,yyyy} + \frac{w_{,xx}}{R} - w_{,xy}^2 \\ + w_{,xx} w_{,yy} + w_{,xx} w_{,yy}^* - 2w_{,xy} w_{,xy}^* + w_{,xx}^* w_{,yy} = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Thế các dạng nghiệm từ phương trình (10) và phương trình tương thích

biến dạng (8), hàm ứng suất χ có thể thu được dưới dạng như sau:

$$\chi = \frac{N_{y0}x^2}{2} + \frac{N_{x0}y^2}{2} + \chi_1 \cos 2\alpha x + \chi_2 \cos 2\beta y + \chi_3 \sin \alpha x \sin \beta y. \quad (13)$$

Điều kiện không dịch chuyển của các cạnh panel được xét theo nghĩa trung bình, dẫn đến các quan hệ ràng buộc được trình bày trong các phương trình như sau

$$\int_0^b \int_0^a u_{,x} dx dy = H_{31} N_{0x} + H_{32} N_{0y} + H_{33} W(2\xi h + W) + H_{34} W = 0, \quad (14)$$

$$\int_0^b \int_0^a v_{,y} dx dy = H_{21} N_{0x} + H_{22} N_{0y} + H_{23} W(2\xi h + W) + H_{24} W = 0. \quad (15)$$

Thế năng biến dạng đàn hồi của panel, công của tải trọng ngoài và động năng của hệ được xác định lần lượt thông qua các biểu thức.

$$U_{in} = \frac{1}{2} \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^b \int_0^a (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_{xy} \gamma_{xy}) dx dy dz, \quad (16)$$

$$U_{ext} = \int_0^b \int_0^a q w dx dy, \quad (17)$$

$$U_t = \int_0^b \int_0^a (w_{,t}^* + w_{,t}) \rho(z) dx dy. \quad (18)$$

Tổng năng lượng của hệ được xác định bằng tổng của các thành phần năng lượng này là

$$U_{Total} = U_t - U_{in} + U_{ext}. \quad (19)$$

Dựa trên nguyên lý Lagrange, phương trình động của hệ có thể thu được thông qua phương trình Euler-Lagrange. Sau khi thực hiện phép biến phân đối với năng lượng toàn phần của hệ, phương trình động phi tuyến của panel được thiết lập như trong các phương trình

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial U_{Total}}{\partial \dot{W}} \right) - \frac{\partial U_{Total}}{\partial W} = 0, \quad (20)$$

dẫn đến

$$H_{11}W + H_{12}W\left(W + \frac{4}{3}\xi h\right) + H_{13}W(2\xi h + W)(\xi h + W) + H_{14}N_{0x} + H_{15}N_{0y} + H_{18}q + H_{111}W^3 = 0 \quad (21)$$

Bằng cách giải hệ phương trình (14), (15) và (21), phương trình động của panel được xác định như sau

$$J_{41}W + J_{43}W(\xi h + W) + J_{44}W(2\xi h + W) + H_{12}W\left(W + \frac{4}{3}\xi h\right) + J_{45}W(2\xi h + W)(\xi h + W) + H_{18}q + H_{111}W^3 = 0 \quad (22)$$

Nếu panel dao động tự do tuyến tính và hoàn hảo, bằng cách bỏ qua các thành phần phi tuyến của W phương trình

(22). Tần số dao động tự do tuyến tính của panel được xác định như sau:

$$\omega_{mn} = \sqrt{\frac{J_{41}}{H_{111}}}. \quad (23)$$

Tần số dao động riêng của panel được xác định bằng cách lấy giá trị nhỏ nhất trong tất cả các mode dao động của tần số tự do tuyến tính. Tải áp lực ngoài cưỡng bức điều hòa được áp dụng với $q = Q \sin \Omega t$ vào phương trình (22) và hệ phương trình vi phân thu được được giải bằng thuật toán tích phân số Runge–Kutta bậc bốn nhằm xác định đáp ứng dao động của panel theo thời gian.

3. Kết quả số và thảo luận

Nhằm đánh giá độ chính xác của mô hình đề xuất, các giá trị tần số dao động riêng không thứ nguyên của panel trụ FG-GPLRC được tính toán và đối chiếu với các kết quả đã được công bố trong tài liệu (Niu và cộng sự, 2022; Wang và các cộng sự, 2018), như thể hiện trong

Bảng 1. Sự phù hợp tốt giữa các kết quả thu được cho thấy phương pháp tiếp cận được sử dụng trong nghiên cứu này có độ tin cậy cao và có thể áp dụng cho việc phân tích dao động của panel trụ FG-GPLRC có lõi gấp nếp.

Tần số dao động riêng của panel trụ FG-GPLRC có lõi gấp nếp và lõi đặc được trình bày trong Bảng 2. Bề dày lõi đặc được tính toán sao cho thể tích của lõi đặc bằng với lõi gấp nếp tương ứng. Có thể thấy tần số dao động lõi gấp nếp lớn hơn nhiều so với lõi đặc. Ngoài ra, sự khác biệt về tần số dao động không đáng kể với ba dạng quy luật phân bố (UD_[3], X_[3] và O_[3]) trong tất cả các trường hợp được khảo sát.

Bảng 1. So sánh tần số dao động riêng không thứ nguyên $\omega_{mn} = \omega_{mn} h \sqrt{\rho_m / E_m}$ của panel trụ FG-GPLRC ($a = b$, $h = 0.045\text{m}$, $a/h = 50$, $R/a = 5$, $b/h = 20$, $W_{GPL}^* = 1\%$, $E_m = 3.0\text{GPa}$, $\rho_m = 1200\text{kg/m}^3$, $(m,n) = (1,1)$).

Phân bố GPL	Tài liệu	
UD	Wang và các cộng sự	0.00652
	Niu và các cộng sự	0.006517
	Bài báo	0.006534
X	Wang và các cộng sự	0.00708
	Niu và các cộng sự	0.007299
	Bài báo	0.007240
O	Wang và các cộng sự	0.00589
	Niu và các cộng sự	0.005761
	Bài báo	0.005739

Nguồn: Tác giả

Đối với kết quả số, các giá trị tham số của GPL và vật liệu nền được lấy như trong tài liệu tham khảo (Phuong và cộng sự, 2024). Các thông số hình học của gấp nếp hình thang là $f = 2.5\text{mm}$, $c = 4f$, $t = 0.6\text{mm}$, $\alpha = \pi/4$, $h_c = 2f + t$ và gấp nếp lượn sóng là $r = 2\text{mm}$, $c = 2r$, $t = 0.6\text{mm}$, $d = 0.5\text{mm}$, $h_c = 2(r + d) + t$.

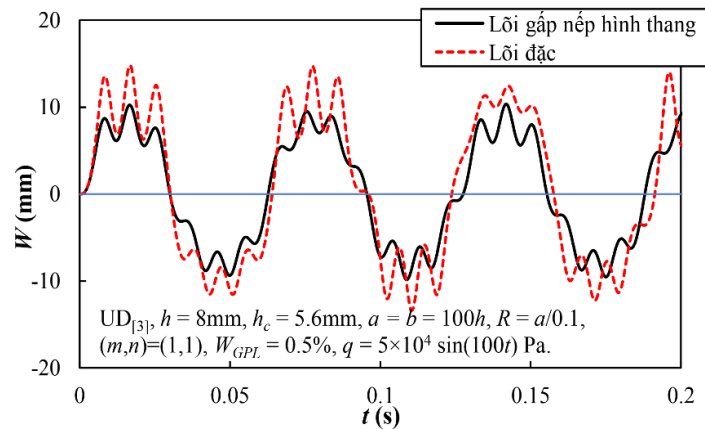
Đáp ứng động lực của panel trụ FG-GPLRC có lõi gấp nếp hình thang và lượn sóng với lõi đặc được khảo sát

trong Hình 2 và 3. Có thể quan sát thấy biên độ dao động của panel có lõi gấp nếp nhỏ hơn đáng kể so với panel có lõi đặc. Hình 4 thể hiện ảnh hưởng của quy luật phân bố GPL đến đáp ứng động lực của panel trụ có lõi gấp nếp hình thang. Kết quả cho thấy sự khác biệt nhỏ của ba quy luật phân bố GPL được xem xét. Ảnh hưởng đáng kể của các thông số hình học của lõi gấp nếp lượn sóng đến đáp ứng động lực của panel trụ được minh họa trong Hình 5. Có thể thấy rằng, khi bề dày của lõi gấp nếp tăng lên, biên độ dao động của panel cũng có xu hướng tăng theo.

Bảng 2. Ảnh hưởng của các quy luật phân bố GPL và các loại lỗi đến tần số dao động riêng ω_{mn} (rad/s) của panel trụ FG-GPLRC có lỗi gấp nếp và lỗi đặc ($h = 8\text{mm}$, $h_c = 5.6\text{mm}$, $a = b = 100h$, $R = a/0.1$, $W_{GPL} = 0.5\%$)

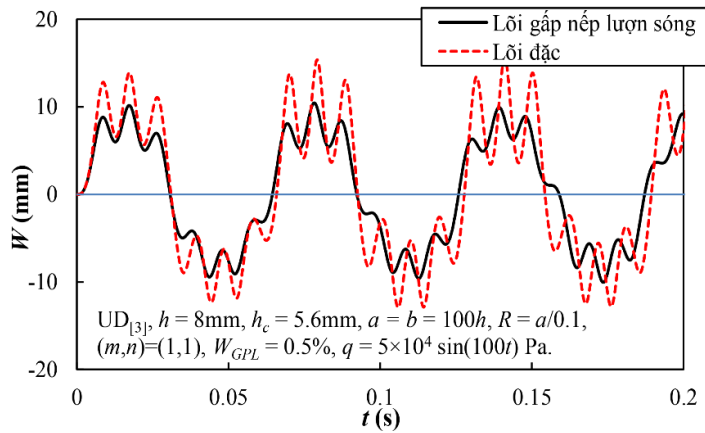
	Hình thang			Lượn sóng		
	UD _[3]	X _[3]	O _[3]	UD _[3]	X _[3]	O _[3]
Lỗi gấp nếp	531.18(1,1)*	530.56(1,1)	530.17(1,1)	501.71(1,1)	501.13(1,1)	500.75(1,1)
Lỗi đặc	341.11(1,2)	342.28(1,2)	338.85(1,2)	352.83(1,1)	351.77(1,1)	352.87(1,1)

*Các mode dao động (m,n)



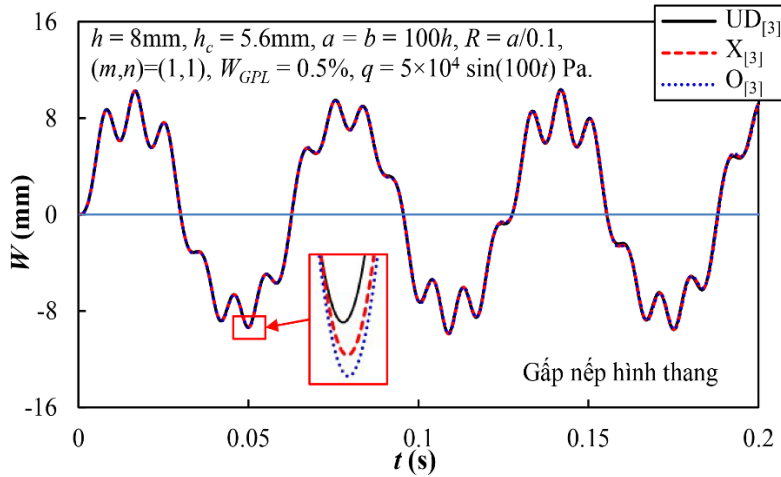
Hình 2. Đáp ứng động lực của panel trụ FG-GPLRC có lỗi gấp nếp hình thang và lỗi đặc

Nguồn: Tác giả



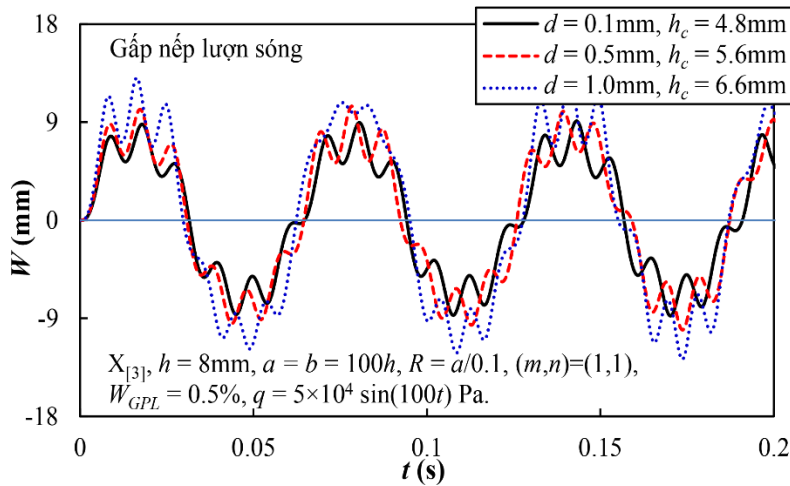
Hình 3. Đáp ứng động lực của panel trụ FG-GPLRC có lỗi gấp nếp lượn sóng và lỗi đặc

Nguồn: Tác giả



Hình 4. Ảnh hưởng của quy luật phân bố GPL đến đáp ứng động lực của panel trụ FG-GPLRC có lỗi gấp nếp hình thang

Nguồn: Tác giả

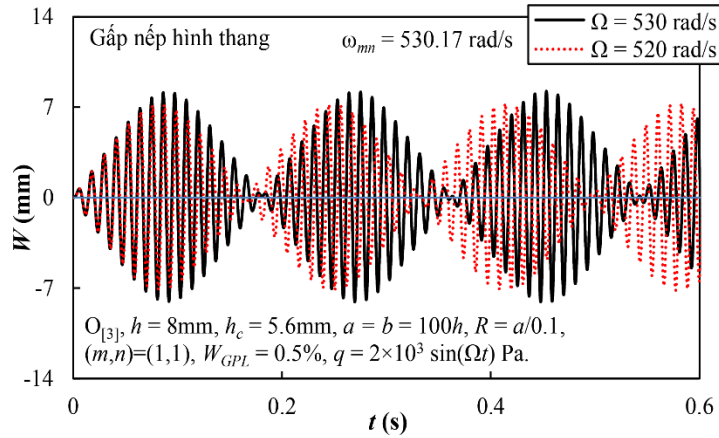


Hình 5. Ảnh hưởng của thông số hình học lỗi gấp nếp đến đáp ứng động lực của panel trụ FG-GPLRC có lỗi gấp nếp lượn sóng

Nguồn: Tác giả

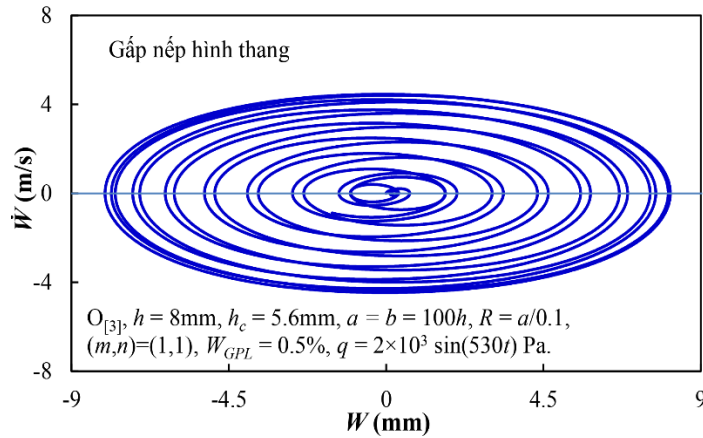
Đáp ứng động lực của panel trụ FG-GPLRC có lỗi gấp nếp hình thang và lượn sóng với lỗi đặc hình 2 và 3. Các kết quả tính toán chỉ ra rằng việc sử dụng lỗi gấp nếp giúp giảm đáng kể biên độ dao động của panel so với trường hợp sử dụng lỗi đặc. Hình 4 thể hiện ảnh hưởng của quy luật phân bố GPL đến đáp ứng động lực của panel trụ có lỗi

gấp nếp hình thang. Kết quả cho thấy sự khác biệt nhỏ của ba quy luật phân bố GPL được xem xét. Ảnh hưởng đáng kể của các thông số hình học của lỗi gấp nếp lượn sóng đến đáp ứng động lực của panel trụ được minh họa trong Hình 5. Có thể thấy rằng, khi bề dày của lỗi gấp nếp tăng lên, biên độ dao động của panel cũng có xu hướng tăng theo.



Hình 6. Ảnh hưởng của tần số cường bức đến đáp ứng động lực của panel trụ FG-GPLRC có lõi gấp nếp hình thang

Nguồn: Tác giả



Hình 7. Đường cong biên độ-vận tốc của panel trụ FG-GPLRC có lõi gấp nếp hình thang

Nguồn: Tác giả

Khi tần số cường bức tiến gần đến giá trị tần số dao động riêng của kết cấu, hiện tượng phách điều hòa bắt đầu xuất hiện, được trình bày trong Hình 6. Các kết quả thu được cho thấy biên độ dao động phách tăng mạnh khi tần số kích thích xấp xỉ tần số riêng. Quan hệ giữa biên độ và vận tốc dao động được biểu diễn dưới dạng các quỹ đạo khép kín trong không gian pha, Hình 7 thể hiện thời điểm bắt đầu và kết thúc mỗi chu kỳ phách, cả biên độ và vận tốc đều triệt tiêu, trong khi đường bao của các quỹ

đạo này tương ứng với khoảng thời gian mà biên độ phách đạt giá trị lớn nhất.

4. Kết luận

Nghiên cứu đã phát triển một mô hình bán giải tích để phân tích dao động phi tuyến của panel trụ FG-GPLRC có lõi gấp nếp FG-GPLRC khi chịu tải trọng ngoài biến thiên theo thời gian. Mô hình được xây dựng dựa trên lý thuyết vỏ Donnell kết hợp với kỹ thuật đồng nhất hóa nhằm mô tả đặc trưng cơ học của lõi gấp nếp. Các hệ phương

trình động phi tuyến của hệ được thiết lập thông qua hàm Lagrange và phương trình Euler–Lagrange, sau đó được giải bằng phương pháp tích phân Runge–Kutta bậc bốn.

Kết quả tính toán cho thấy việc sử dụng lõi gấp nếp mang lại hiệu quả rõ rệt trong việc cải thiện đặc trưng động

lực học của panel, thể hiện qua sự gia tăng tần số dao động riêng và sự giảm đáng kể biên độ dao động so với trường hợp sử dụng lõi đặc. Ngoài ra, ảnh hưởng của các tham số hình học của lõi gấp nếp cũng như quy luật phân bố graphene đến đáp ứng dao động của panel trụ FG-GPLRC đã được làm rõ thông qua các ví dụ số.

Tài liệu tham khảo

- Karimiasl, M., & Alibeigloo, A. (2023). Nonlinear vibration characteristic of FGM sandwich cylindrical panel with auxetic core subjected to the temperature gradient. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 123, 107267.
- Mirzaei, M., & Seyedi, S. E. (2024). Nonlinear vibrations of temperature-dependent FGM cylindrical panels subjected to instantaneous surface heating. *Structures*, 67, 106952.
- Niu, Y., Yao, M., & Wu, Q. (2022). Nonlinear vibrations of functionally graded graphene reinforced composite cylindrical panels. *Applied Mathematical Modelling*, 101, 1–18.
- Phuong, N. T., Duc, V. M., & Quang, L. N. (2024). Nonlinear dynamic buckling analysis of the FG-GPLRC cylindrical and sinusoid panels with porous core under time-dependent axial compression. *Journal of Science and Transport Technology*, 4(1), 13–22.
- Phuong, N. T., Duc, V. M., Giang, N. T., Ly, L. N., Xuan, N. T. T., & Nam, V. H. (2024). Nonlinear vibration and dynamic buckling of complex curved functionally graded graphene panels reinforced with inclined stiffeners. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 24(19), 2450223.
- Shen, H. S., & Wang, H. (2014). Nonlinear vibration of shear deformable FGM cylindrical panels resting on elastic foundations in thermal environments. *Composites Part B: Engineering*, 60, 167–177.
- Wang, A., Chen, H., Hao, Y., & Zhang, W. (2018). Vibration and bending behavior of functionally graded nanocomposite doubly-curved shallow shells reinforced by graphene nanoplatelets. *Results in Physics*, 9, 550–559.
- Xia, Y., Friswell, M. I., & Saavedra Flores, E. I. (2012). Equivalent models of corrugated panels. *International Journal of Solids and Structures*, 49, 1453–1462.
- Xue, Y., Jin, G., Zhang, C., Han, X., & Chen, J. (2023). Free vibration analysis of functionally graded porous cylindrical panels and shells with porosity distributions along the thickness and length directions. *Thin-Walled Structures*, 184, 110448.
- Yang, J., & Shen, H. S. (2003). Free vibration and parametric resonance of shear deformable functionally graded cylindrical panels. *Journal of Sound and Vibration*, 261(5), 871–893.

Thông tin bài

Ngày nhận bài: 17/12/2025
Ngày hoàn thành: 24/4/2026
Ngày đăng bài: 30/6/2026
Tác giả liên hệ: Vũ Minh Đức
Email: vuminhduc@tdtu.edu.vn