

## Điều khiển trượt bám quỹ đạo cho hệ bóng thanh trục lệch: Mô phỏng và thực nghiệm

Tracking Trajectories using Sliding Control for Ball and Beam with deviated axis: Simulation and Experiment

Trần Văn Thành, Đỗ Quốc Thịnh, Lê Trần Vũ Hoàng, Đỗ Hùng Anh, Đào Đức Việt Anh, Ngô Tiến Đại, Mạnh Thế Lộc, Trần Văn Tú

Trường Đại học Sư Phạm Kỹ Thuật Thành phố Hồ Chí Minh (HCMUTE), Tp. Thủ Đức, TP.HCM

Tác giả liên hệ: Đỗ Quốc Thịnh. E-mail: 19151293@student.hcmute.edu.vn

**Tóm tắt:** So với các giải thuật tuyến tính thì giải thuật phi tuyến đảm bảo ổn định hệ thống về mặt toán học cũng như không gian làm việc tốt hơn, đặc biệt trong việc điều khiển quỹ đạo. Trong bài báo này, chúng tôi xây dựng một bộ điều khiển (BĐK) trượt (sliding mode control – SMC) bám quỹ đạo với thông số điều khiển được tìm kiếm theo giải thuật di truyền (genetic algorithm - GA) cho hệ bóng thanh (ball and beam - B&B) trục lệch – hệ thống một vào nhiều ra (single input-multi output - SIMO) điển hình. Sau đó, chúng tôi cũng tiến hành khảo sát BĐK trên thông qua mô hình thực nghiệm B&B trục lệch thực nghiệm dùng vi xử lý STM32F4. Thông qua mô phỏng và thực nghiệm, BĐK SMC bám quỹ đạo của chúng tôi đã thành công điều khiển hệ thống trên.

**Từ khóa:** *Bóng thanh trục lệch; điều khiển trượt; giải thuật di truyền; hệ thống SIM*

**Abstract:** Compared with linear algorithms, nonlinear algorithms ensure the system stability in terms of mathematics as well as better working space, especially in controlling the trajectories. In this paper, we build SMC controller with control parameters searched by GA for B&B with deviated axis – a classical SIMO. Thence, we also investigate this controller through experimental model by processor STM32F4. Through simulation and experiment, our trajectories tracking SMC controller is successful for this model.

**Keywords:** *Ball and Beam with deviated axis; genetic algorithm; SIMO system; Sliding mode control*

### 1. Đặt vấn đề

Trong các phòng thí nghiệm (PTN) điều khiển tự động (ĐKTĐ), những BĐK khác nhau được nghiên cứu rất nhiều để giúp người thiết kế chọn được BĐK phù hợp với hệ thống và tinh chỉnh cho mỗi đối tượng phù hợp. Giải thuật điều khiển tuyến tính PID [1][2] có cấu trúc đơn giản, tuy nhiên việc hiệu chỉnh thông số PID hoàn toàn dựa vào thử sai. Điều này khiến cho việc ổn định hệ thống gặp nhiều trở ngại và không được đảm bảo về toán học. Giải thuật LQR [3] khắc phục được khuyết điểm trên do giải thuật này thực hiện việc giải phương trình Riccati, ổn

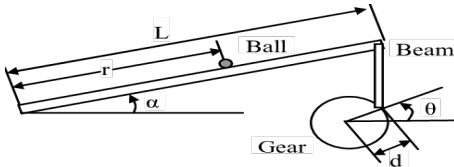
định hệ thống được đảm bảo bằng toán học. Tuy nhiên sự ổn định chỉ diễn ra trong “lân cận” điểm làm việc. Nếu vùng “lân cận” quá xa điểm làm việc thì hệ thống sẽ mất ổn định. Vì vậy, việc ổn định tại chỗ sử dụng hai giải thuật này cũng chưa hoàn toàn thành công. Trong trường hợp điều khiển ổn định bám theo quỹ đạo cho trước thì giải thuật tuyến tính PID và LQR càng không phù hợp do hai giải thuật đơn giản này chỉ thích hợp để thực hiện ổn định tại chỗ - trường hợp riêng của điều khiển bám quỹ đạo. Một cách giải quyết khả thi cho bài toán này là giải thuật phi tuyến. Giải thuật phi tuyến có thể đảm bảo

về mặt toán học thông qua tiêu chuẩn ổn định Lyapunov [4], đảm bảo không gian làm việc trên toàn hệ thống. Do đó, chúng tôi hướng đến việc áp dụng giải thuật phi tuyến [5] để điều khiển quỹ đạo cho hệ thống. Trong các giải thuật phi tuyến thì giải thuật SMC [6] là thông dụng nhất. Ở đề tài này, hướng tiếp cận của chúng tôi là áp dụng giải thuật SMC trên hệ SIMO điển hình [7] - hệ B&B trục lệch.

Trong bài báo này, vi xử lý STM32F4 được dùng để giảm chi phí. Việc tìm kiếm thông số cho BDK SMC dựa vào GA [8]. Thông qua mô phỏng và thực nghiệm, tính hiệu quả của giải thuật SMC trong việc điều khiển quỹ đạo của hệ thống đã được chứng minh.

## 2. Mô hình toán B&B trục lệch

Mô hình toán của B&B trục lệch được thể hiện ở Hình 1.



Hình 1. Hệ B&B trục lệch

Hệ thống gồm một thanh ngang (thanh beam), một quả bóng (ball), một động cơ DC, cảm biến đọc vị trí quả bóng (cảm biến siêu âm hoặc dây điện trở) và xác định góc nghiêng của thanh (encoder hoặc cảm biến độ nghiêng). Ta điều khiển vị trí của quả bóng trên thanh bằng cách thay đổi góc nghiêng của thanh beam so với phương ngang thông qua động cơ DC. Đây là một hệ thống có tính phi tuyến cao, dưới tác động của trọng lực, với một góc nghiêng nhỏ của thanh thì quả bóng sẽ lăn rất nhanh và khó giữ lại ở vị trí cân bằng. Sự ổn định của hệ không chỉ phụ thuộc vào cấu trúc hay thông số hệ thống mà còn dựa vào tín hiệu đầu vào – điện áp cấp cho

động cơ. Phương trình động lực học của hệ B&B trục lệch có thể viết như sau:

$$\ddot{\alpha} = \frac{\begin{matrix} -(2T_r K_3 - 2eK_1 K_3 + 2\dot{\alpha} K_2 K_3^2) \\ + 4\dot{\alpha} m_B r \ddot{r} + L g m_b \cos \alpha \\ + 2 g m_B r \cos \alpha + 2 C_m \dot{\alpha} K_3^2 \end{matrix}}{2(m_B r^2 + J_b + J_m K_3^2)} \quad (1)$$

$$\ddot{r} = \frac{-(R^2 (-m_B r \dot{\alpha}^2 + g m_B \sin \alpha))}{(m_B R^2 + J_B)} \quad (2)$$

$$K_1 = \frac{K_t}{R_m}; K_2 = \frac{K_t^2}{R_m}; K_3 = L \times \frac{dt}{d} \quad (3)$$

Trong đó,  $\alpha(t)$  là góc của thanh so với phương ngang (rad);  $r(t)$  là vị trí quả bóng (m);  $\theta(t)$  là góc bánh răng động cơ (rad);  $d$  là bán kính của đĩa quay (m);  $g$  là gia tốc trọng trường (m/s<sup>2</sup>);  $m_B$  là khối lượng của quả bóng (kg);  $m_b$  là khối lượng của thanh beam (kg);  $L$  là chiều dài thanh beam (m);  $R$  là bán kính quả bóng (m);  $e$  là điện áp cấp cho động cơ (V);  $J_b$  là moment quán tính của thanh beam (kgm<sup>2</sup>);  $J_B$  là moment quán tính của quả bóng (kgm<sup>2</sup>).

## 3. Thiết kế BDK SMC bám quỹ đạo

Ta xét hệ SIMO có dạng như sau:

$$\begin{cases} \dot{x}_{2i-1} = x_{2i} \\ \dot{x}_{2i} = f_i + g_i u \end{cases} \quad (3)$$

Xác lập trạng thái mẫu cho hệ:

$$X_d = [x_{1d} \quad x_{2d} \quad x_{3d} \quad x_{4d}]^T \quad (4)$$

Trong đó,  $x_{1d}$ ,  $x_{2d}$ ,  $x_{3d}$ ,  $x_{4d}$  là các quỹ đạo đặt của các biến trạng thái  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ ,  $x_4$ . Trong đó,  $x_{2d} = x_{3d} = x_{4d} = 0$  còn  $x_{1d}$  là hàm theo thời gian tùy thuộc quỹ đạo mà ta mong muốn quả bóng bám theo.

Sai số giữa trạng thái thực và mẫu là:

$$e_i, (i = 1, 2, 3) = x_i - x_{id} \quad (6)$$

$\dot{s}_3 = \dot{s}_2 + c_4 (f_2(x) + g_2(x)u_3 - \dot{x}_{4d})$  Đặt các mặt trượt:

$$s_1 = c_1 e_1 + c_2 e_2; s_2 = s_1 + c_3 e_3; s_3 = s_2 + c_4 e_4 \quad (7)$$

Trong đó  $c_1, c_2, c_3, c_4$  là các thông số điều khiển.

Đạo hàm các mặt trượt theo thời gian:

$$\dot{s}_1 = c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_{1d}) + c_2(f_1(x) - \dot{x}_{2d}) \quad (8)$$

$$\dot{s}_2 = \dot{s}_1 + c_3(x_4 - \dot{x}_{3d}) \quad (9)$$

$$\dot{s}_3 = \dot{s}_2 + c_4(f_2(x) + g_2(x)u_3 - \dot{x}_{4d}) \quad (10)$$

Điện áp điều khiển cho từng mặt trượt được định nghĩa như sau:

$$u_i = u_{eq(i)} + u_{sw(i)} \quad (11)$$

Cho  $\dot{s}_3 = 0$  từ (10) ta được :

$$u_{eq3} = \frac{\begin{pmatrix} c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_{1d}) + c_2(f_1(x) - \dot{x}_{2d}) \\ + c_3(x_4 - \dot{x}_{3d}) \\ + c_4(f_2(x) - \dot{x}_{4d}) \end{pmatrix}}{c_4 g_2(x)} \quad (12)$$

Hàm Lyapunov có dạng:

$$V = s_3^2/2 \quad (13)$$

Đạo hàm V=

$$\dot{V} = s_3 \dot{s}_3 \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \dot{s}_3 &= c_1 \dot{e}_1 + c_2 \dot{e}_2 + c_3 \dot{e}_3 + c_4 \dot{e}_4 \\ &= c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_{1d}) + c_2(f_1(x) - \dot{x}_{2d}) + c_3(x_4 - \dot{x}_{3d}) \\ &\quad + c_4(f_2(x) + g_2(x)(u_{eq3} + u_{sw3}) - \dot{x}_{4d}) \\ &= c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_{1d}) + c_2(f_1(x) - \dot{x}_{2d}) + c_3(x_4 - \dot{x}_{3d}) \\ &\quad + c_4(f_2(x) - \dot{x}_{4d}) + c_4 g_2(x)(u_{eq3}) + c_4 g_2(x)(u_{sw3}) \end{aligned} \quad (15)$$

Thay (12) vào (15) ta được :

$$\dot{s}_3 = c_4 g_2(x) u_{sw3} \quad (16)$$

Theo nguyên lý ổn định của Lyapunov, do V là hàm xác định dương, nên  $\dot{V}$  bắt buộc phải là hàm xác định âm. Do đó, ta đặt:

$$\dot{s}_3 = -ks_3 - \eta \text{sign}(s_3) \quad (17)$$

Với  $k, \eta$  là những hằng số dương. Kết quả là:

$$\dot{V}(t) = s_3(-ks_3 - \eta \text{sign}(s_3)) = -ks_3^2 - \eta|s_3| \leq 0 \quad (18)$$

Thỏa mãn nguyên lý ổn định của Lyapunov. Khi ấy, ta có:

$$u_{sw3} = \frac{-ks_3 - \eta \text{sign}(s_3)}{c_4 g_2(x)} \quad (19)$$

Tín hiệu điều khiển SMC là:

$$u_n = -\sum_{l=1}^{n-1} u_{swl} + u_{swn} + \sum_{l=1}^n u_{eql} \quad (20)$$

Với:

$$u_{eq} = \frac{-(c_4 f_2 - c_1 x_{2d} + c_3 x_4 + c_2 f_1 - c_2 \dot{x}_{2d} + c_1 x_2)}{c_4 g_2} \quad (21)$$

$$u_{sw} = \frac{-(\eta \text{sign}(s_3) + ks_3)}{c_4 g_2} \quad (22)$$

## 4. Mô phỏng và thực nghiệm điều khiển SMC bám quỹ đạo

### 4.1. Mô phỏng trên Matlab

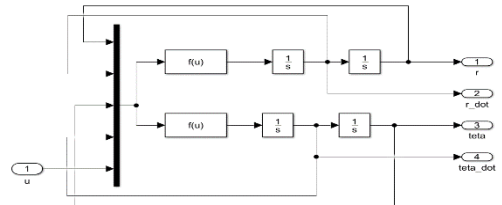
Ở phần mô phỏng, ta sẽ so sánh kết quả của các BDK LQR và SMC bám quỹ đạo cho trước. Quỹ đạo đặt trước cho hệ thống là quỹ đạo hình sin với setpoint = 0.2, biên độ 0.1 độ và tần số 0.314 Hz.

Ta có thông số mô hình ở cả mô phỏng và thực nghiệm là:

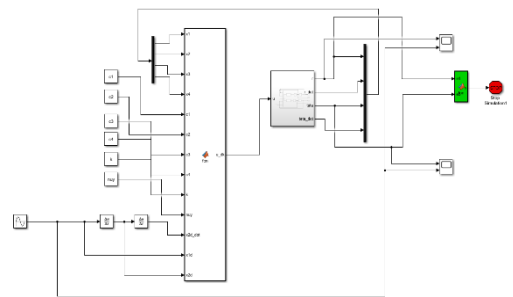
$$\begin{aligned} m &= 0.0664 \text{ (kg)}; \quad M = 0.34 \text{ (kg)}; \quad L = 0.54 \text{ (m)}; \\ d &= 0.075 \text{ (m)}; \quad g = 9.81 \text{ (m/s}^2\text{)}; \\ R &= 0.0125 \text{ (m)}; \quad J_b = (M \cdot L^2)/3 \text{ (kgm}^2\text{)}; \\ J_B &= (2 \cdot m \cdot R^2)/5 \text{ (kgm}^2\text{)}; \end{aligned}$$

Chọn giá trị đầu của hệ thống là:

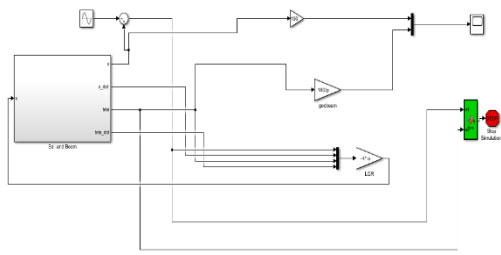
$$r(0) = 0.54; \quad \dot{r} = \mathbf{0}; \quad \alpha = \mathbf{0.1319}; \quad \dot{\alpha} = \mathbf{0} \quad (23)$$



Hình 2. Cấu trúc mô phỏng hệ thống



Hình 3. Mô phỏng BDK SMC



**Hình 4.** Mô phỏng BDK LQR

Trong mô phỏng, thời gian mô phỏng được chọn là 100s, thời gian lấy mẫu là 0.01s. Từ đó suy ra số mẫu lấy được là :

$$N=100(s)/0.01(ms)+1=10001(\text{mẫu}) \quad (24)$$

Mỗi bộ thông số mà GA tìm ra được mô phỏng trong 100s để tính toán ra hàm thích nghi. Như vậy, các thông số điều khiển được tối ưu hóa dần theo thời gian, đến sau 50000 thế hệ thì dừng lại.

Các thông số giải thuật GA được chọn là

- Số thế hệ tối đa: 100
- Số lượng cá thể: 100
- Số lượng nhiễm sắc thể trong một cá thể: 6
- Hệ số lai ghép: 0,4
- Hệ số đột biến: 0,6
- Kiểu mã hóa: mã hóa thập phân
- Kiểu chọn lọc: chọn lọc sắp hạng tuyến tính
- Kiểu lai ghép: lai ghép hai điểm
- Chọn hàm mục tiêu:

$$J = \sum_{i=1}^n [e_1(i)e_1^T(i) + e_3(i)e_3^T(i)] \quad (25)$$

Giá trị của J phụ thuộc vào sai số quỹ đạo theo thời gian mô phỏng. Trong đề tài này là sai số giữa vị trí quả bóng với giá trị đặt và độ dao động của góc lệch thanh beam. Hệ thống càng ổn định J sẽ càng nhỏ. Trong trường hợp yêu cầu chất lượng khác đi thì việc định nghĩa lại hàm mục tiêu J ở (25) sẽ khác đi.

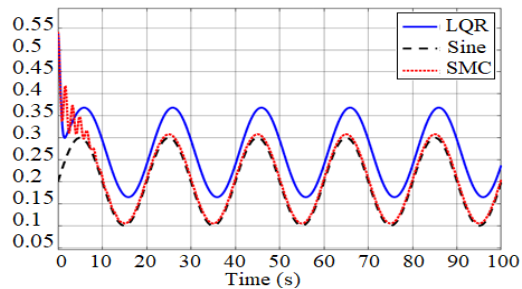
Thông số BDK SMC tìm được từ GA là:

$$\begin{aligned} c1 &= -17.6144; c2 = -32.3936 \\ c3 &= 44.6674; c4 = 49.3216 \\ k &= 38.2924; nuy = 15.9393 \end{aligned} \quad (26)$$

Thông số BDK LQR tìm được từ GA là:

$$Q = \begin{bmatrix} 796.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 195.82 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 292.69 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 246.14 \end{bmatrix}$$

$$R = 0.34 \cdot K [-58.99 \quad -50.82 \quad 154.81 \quad 21.94]$$

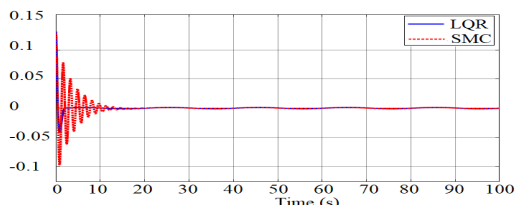


**Hình 5.** Đáp ứng trí quả bóng (m)

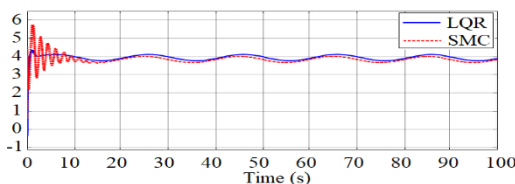
Ở Hình 5, đáp ứng vị trí quả bóng dưới sự điều khiển của SMC dao động mạnh trong khoảng 5s đầu tiên, sau đó bám theo quỹ đạo đặt. Có thể thấy bộ điều khiển SMC làm hệ thống không có độ trễ nhưng có độ sai lệch so với quỹ đạo đặt, tuy nhiên sai số là rất nhỏ. Trong khi đó, BDK LQR làm hệ thống ít dao động hơn nhưng làm hệ thống đáp ứng trễ hơn khoảng 1s và có sai số lớn hơn so với quỹ đạo đặt. Ở giây thứ 15, sai số là 0.06 (m).

Kết quả này chứng minh rằng BDK phi tuyến SMC cho kết quả điều khiển bám quỹ đạo tốt hơn hẳn so với BDK tuyến tính LQR. Điều này có được là do quỹ đạo đặt đã được đưa vào trong quá trình thiết kế, tính toán mặt trượt. Vì vậy kết quả cho thấy hệ thống không có độ trễ khi áp dụng BDK SMC. Còn BDK LQR là giải thuật tuyến tính áp dụng điều khiển ổn định tại điểm cân bằng, để điều khiển bám quỹ đạo ta chỉ có thể chủ động làm lệch giá trị đặt bằng cách lấy biến trạng thái x1 trước khi

được đưa vào bộ điều khiển LQR sẽ được trừ đi một giá trị tương ứng trong khối quỹ đạo đặt, từ đó tạo ra một biến trạng thái x1 hoàn toàn mới. Tuy nhiên việc đảm bảo toán học cho phương pháp này có thể bị ảnh hưởng, điều này được thể hiện qua độ trễ và sai số của BDK LQR trong Hình 5.



**Hình 6.** Đáp ứng góc lệch thanh beam (rad)  
Ở Hình 6, BDK SMC làm góc thanh beam dao động mạnh trong khoảng -0.097 rad cho đến 0.077 rad. BDK LQR cho độ dao động ban đầu ít hơn, chỉ từ -0.04 rad cho đến 0.01 rad. Tuy nhiên, cả hai BDK đều khiến thanh beam dao động quanh vị trí cân bằng chứ không hoàn toàn đứng yên.



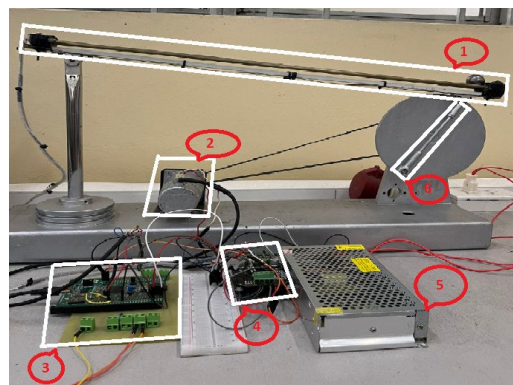
**Hình 7.** Đáp ứng điện áp cấp cho động cơ (V)  
Ở Hình 7, điện áp cấp cho động cơ dao động trong khoảng 2.1V đến 5.7V khi áp dụng BDK SMC. Trong khi đó áp dụng BDK LQR thì điện áp cấp cho động cơ dao động ít hơn.

Như vậy, thông qua mô phỏng bám quỹ đạo hình sin, có thể thấy BDK SMC cho thấy khả năng bám quỹ đạo thành công và tốt hơn. Tuy nhiên SMC không cải thiện được độ vọt lố cũng như thời gian quá độ so với BDK LQR.

#### 4.2. Mô hình thực nghiệm

Mô hình thực nghiệm được áp dụng là mô hình B&B trực lệch của PTN ĐKTĐ

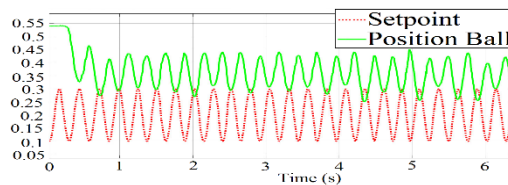
HCMUTE [9]. Mô hình có cấu trúc như ở Hình 8.



**Hình 8.** Mô hình thực nghiệm B&B trực lệch  
(1) Thanh beam; (2) Motor; (3) Stm32f407; (4) Driver; (5) Nguồn 12V; (6) Level arm  
Ta tiến hành chạy thực tế cho bộ điều khiển SMC bám quỹ đạo với thông số điều khiển như sau:

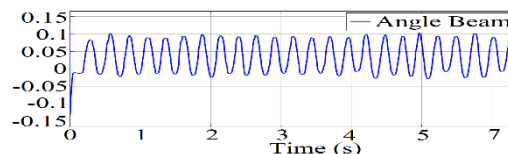
$$\begin{aligned} c1 &= -17.6144; c2 = -32.3936; \\ c3 &= 44.6674; c4 = 49.3216; \\ k &= 38.2924; nuy = 15.9393 \end{aligned} \quad (27)$$

Và các kết quả thực nghiệm được trình bày ở Hình 9 và Hình 10.



**Hình 9.** Vị trí quả bóng (m) (quỹ đạo đặt là nét đứt đỏ; quỹ đạo vị trí hòn bi là nét liền xanh)

Ở Hình 9, có thể thấy thấy BDK SMC đã tạo sóng sin thành công nhưng hệ thống vẫn chưa thực sự bám hoàn toàn theo quỹ đạo đặt.



**Hình 10.** Đáp ứng góc thanh beam (rad)

Ở Hình 10, kết quả cho thấy góc thanh beam đã dao động ổn định trong khoảng - 0.02 rad đến 0.1 rad, tạo ra dạng sóng sin theo vị trí quả bóng. Như vậy, thông qua kết quả thực nghiệm, nhìn chung BDK SMC đã thành công trong việc tạo ra quỹ đạo sóng sin, từ đó góc thanh beam cũng di chuyển theo quỹ đạo của quả bóng. Tuy nhiên chất lượng điều khiển chưa thực sự tốt do hệ thống vẫn chưa bám theo quỹ đạo đặt.

## 5. Kết luận

Trong bài báo này, chúng tôi đã thiết kế một BDK SMC bám quỹ đạo hình sin cho hệ B&B trục lệch. Thông số mô phỏng được tìm ra bằng GA. Kết quả mô phỏng

giải thuật điều khiển được thể hiện so sánh giữa BDK LQR và SMC. Qua kết quả mô phỏng, SMC đã giúp hệ thống có khả năng bám quỹ đạo tốt hơn so với LQR nhưng không hạn chế được dao động của hệ thống. Kết quả thực nghiệm cho thấy SMC đã điều khiển hệ thống tạo quỹ đạo thành công cho vị trí quả bóng tuy nhiên chất lượng chưa thực sự tốt – có sai lệch vị trí nhiều giữa giá trị thực tế và quỹ đạo mong muốn.

## Lời cảm ơn

Nhóm tác giả xin cảm ơn TS. Nguyễn Văn Đông Hải (Khoa Điện-điện tử, HCMUTE) tư vấn, hướng dẫn để chúng tôi hoàn thành công trình này.

## Tài liệu tham khảo

- [1] Mohamed Farid Bin Mohamed Faruq: *PID Controller Design for Controller DC Motor Speed Using MATLAB Application*, Universiti Malaysia Pahang, 2008.
- [2] Kari J. Astrom and Tero Haggglund: *Advanced PID Control*, SA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society, Research Triangle Park, NC, 2006.
- [3] Brian D. O. Anderson, John B. Moore, *Optimal Control: Linear Quadratic Methods*, 91.12, Dover Publications, 2007.
- [4] Shankar Sastry, “Lyapunov Stability Theory”, *Nonlinear Systems*, Volume 10, Springer New York, NY, 1999.
- [5] M. S. Bazaraa, H. D. Sherali, and C. M. Shetty, *Nonlinear programming. Theory and algorithms*, third edition, Wiley-Interscience Hoboken, NJ, 2006.
- [6] Yuri Shtessel et al, *Sliding Mode Control and Observation*, Birkhäuser New York, NY, 24 July 2015.

- [7] Qian, Dianwei et al, “Hierarchical sliding mode control for a class of SIMO under-actuated systems”, *Control and Cybernetics*, volume 37, 2008.
- [8] Ngôn, N. C, “Tối ưu hóa bộ điều khiển PID bằng giải thuật di truyền”, *Tạp chí Khoa học Đại học Cần Thơ*, 9, 241-248, 2008.
- [9] Pham, V. C. et al, “LQR control for ball and beam system with deviated axis: simulation and experiment”, *Tạp chí Khoa học và Công nghệ - Trường Đại học Bình Dương*, 5(4), 2022.

Ngày nhận bài: 06/11/2023

Ngày hoàn thành sửa bài: 10/12/2023

Ngày chấp nhận đăng: 13/12/2023