

Mô phỏng điều khiển LQR cho hệ con lắc ngược kép

Control of Double Rotary Inverted Pendulum using Linear Quadratic Regulator in Simulation

Trần Minh Hiền*, Trương Quang Trường, Nguyễn Trần Nguyễn, Hồ Hữu Thịnh, Nguyễn Hoàng Duy, Lê Công Đăng Khoa, Nguyễn Bảo Khôi, Trương Văn Bình

Trường Đại học Sư Phạm Kỹ Thuật Thành phố Hồ Chí Minh, Tp. Thủ Đức

Tác giả liên hệ: Trần Minh Hiền; Email: 19151220@student.hcmute.edu.vn

Tóm tắt: Con lắc ngược quay kép là thống phi tuyến phức tạp bất ổn định một vào nhiều ra (Single input – multi output - SIMO) được phát triển từ mô hình con lắc ngược quay (rotary inverted pendulum - RIP) một bậc vốn rất kinh điển trong điều khiển tự động (ĐKTĐ). Bài báo giới thiệu về việc xây dựng phương trình toán học, thiết kế thuật toán điều khiển cân bằng hệ thống con lắc ngược quay kép trong môi trường mô phỏng Matlab/Simulink. Trong bài khảo sát này, nhóm tác giả trình bày phương pháp xây dựng phương trình động học và bộ điều khiển (BĐK) tối ưu tuyến tính LQR cho hệ trên ở vị trí cân bằng hướng lên. Sau đó, chúng tôi khảo sát độ ổn định của hệ thống khi con lắc ngược kép ở vị trí cân bằng bất ổn định. Việc đánh giá kết quả mô phỏng sẽ cho thấy mức độ hiệu quả của BĐK LQR cho hệ thống này.

Từ khóa: Bộ điều khiển hệ SIMO; bộ điều khiển LQR; con lắc ngược quay; con lắc ngược quay kép; điều khiển cân bằng

Abstract: Double rotary inverted pendulum (DRIP) is a SIMO complicated nonlinear unstable model which is developed from one-linked RIP – a classical model in control engineering. The paper presents method of modelling and development of control for RDIP system in Matlab/Simulink simulation. In this paper, we present dynamic equations and LQR controller to balance this system on up-right position. Thence, we investigate stability of system under this method. The evaluation of the simulation results will show the effectiveness of the controller on this system.

Keywords: *Balancing control; double rotary inverted pendulum; LQR algorithm; rotary inverted pendulum; SIMO controller*

1. Giới thiệu

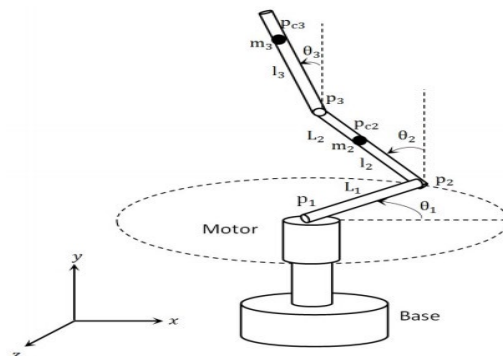
RIP là một hệ thống kinh điển, phi tuyến đã được điều khiển ổn định trên mô phỏng và thực tế. Đây là mô hình chuẩn dành cho sinh viên khảo sát giải thuật trong ngành ĐKTĐ. Do ứng dụng rộng rãi của nó nên cấu trúc chuẩn này đã được công nghiệp hóa thông qua hãng Quanser [1] để cung cấp cho các cơ sở đào tạo. Ở nước ngoài, đã có nhiều nhóm tác giả thực hiện khảo sát thành công trên hệ thống này như BDK LQR [2], BDK mạng Neuron [3]. Bên cạnh các BDK cổ điển và thông minh, các giải thuật lai cũng đã được phát triển như mờ-LQR và mờ-LQG [4]. Như vậy, RIP đã trở nên kinh điển và việc đặt ra vấn đề nâng cấp giải thuật cho các hệ phức tạp hơn là cần thiết. Từ đó, mô hình DRIP được phát triển. Hãng Quanser cũng đã chuẩn hóa mô hình trên cho các nghiên cứu bậc SIMO bậc cao hơn [5]. Ở Việt Nam, một nghiên cứu ổn định hệ DRIP trên mô phỏng đã được thực hiện thành công trên mô phỏng ở nghiên cứu [6]. Tuy nhiên, tín hiệu điều khiển trong nghiên cứu đó lại là momen lực động cơ, hơi thiếu tính thực tế. Do vậy, phát triển hệ DRIP được điều khiển bằng tín hiệu điện áp động cơ là cần thiết. Trong bài báo này giải thuật LQR là một giải pháp mà nhóm tác giả sẽ áp dụng. Cấu trúc đơn giản, dễ thiết kế và được đảm bảo bởi toán học khi ổn định tại vị trí cân bằng chính là ưu điểm quan trọng nhất của bộ điều khiển này. Ma trận Q , R sẽ được chọn thủ công bằng tay, và ta sẽ khảo sát ma trận tối ưu K trong nhiều trường hợp khác nhau để đánh giá mức độ hiệu quả của BDK.

Bố cục bài báo gồm 4 phần. Phần 1 giới thiệu về nghiên cứu này. Phần 2 phân tích phương trình động lực học, các thông số hệ thống. Phần 3 trình bày phương pháp xây dựng bộ điều khiển LQR cho hệ RIP. Phần 4 trình bày kết quả mô phỏng hệ thống. Cuối cùng, trong phần 5, tác giả tổng kết, kết luận về giải thuật đã được xây dựng và trình bày hướng phát triển của đề tài.

3. Phân tích hệ DRIP

3.1. Mô hình toán

Cấu trúc toán học DRIP được thể hiện ở Hình 1. Mô hình DRIP bao gồm 3 thanh rắn và 1 động cơ. Thanh thứ nhất được gọi là thanh cánh tay được gắn với trục động cơ theo phương nằm ngang, thanh thứ hai được gọi là thanh con lắc 1 được dựng theo phương thẳng đứng, thanh thứ 3 được gọi là thanh con lắc 2 nối tiếp với thanh con lắc 1. Góc quay của thanh cánh tay, thanh con lắc 1, thanh con lắc 2 lần lượt là θ_1 , θ_2 , θ_3 (rad). Mục đích của nghiên cứu là thiết kế bộ điều khiển cân bằng sao cho hai thanh con lắc cân bằng ở vị trí thẳng đứng hướng lên.



Hình 1. Mô hình DRIP

Trong đó, m_1 (Kg) là khối lượng thanh cánh tay, m_2 (Kg) là khối lượng thanh

con lắc 1, $m_3 (Kg)$ là khối lượng thanh con lắc 2, $L_1 (m)$ là chiều dài thanh cánh tay, $L_2 (m)$ là chiều dài thanh con lắc 1, $L_3 (m)$ là chiều dài thanh con lắc 2, $l_1 (m)$ là khoảng cách từ gốc hệ tọa độ 1 đến điểm trọng tâm thanh cánh tay, $l_2 (m)$ là khoảng cách từ gốc hệ tọa độ 2 đến điểm trọng tâm thanh con lắc 1, $l_3 (m)$ là khoảng cách từ gốc hệ tọa độ 3 đến điểm trọng tâm thanh con lắc 2, $J_1 (Kgm^2)$ là mô-men quán tính của thanh cánh tay, $J_2 (Kgm^2)$ là mô-men quán tính của thanh con lắc 1, $J_3 (Kgm^2)$ là mô-men quán tính của thanh con lắc 2, $g (m/s^2)$ là gia tốc trọng trường, $K_t (N.M / A)$ là mô-men lực điều khiển, là hằng số mô-men, $K_v (V.s)$ là hằng số suất phản điện động, $R_m (\Omega)$ là điện trở động cơ, $C_m (N.m.s)$ là hệ số ma sát nhớt động cơ, $e (V)$ là điện áp điều khiển động cơ. Xét ma sát thanh cánh tay và thanh con lắc 1,2 $C_1 = C_2 = C_3 \approx 0 (NA)$.

Tổng động năng của hệ:

$$T = \frac{1}{2} J_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} m_2 \left[\left(L_1 \dot{\theta}_1 + l_2 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 \right)^2 + \left(l_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 \right)^2 \right] + \frac{1}{2} J_3 \dot{\theta}_3^2 + \frac{1}{2} m_3 \left[\left(L_1 \dot{\theta}_1 + L_2 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 + l_3 \dot{\theta}_3 \cos \theta_3 \right)^2 + \left(L_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 + l_3 \dot{\theta}_3 \sin \theta_3 \right)^2 \right] \quad (1)$$

Tổng thế năng của hệ:

$$V = m_2 g l_2 \cos \theta_2 + m_3 g \left(L_2 \cos \theta_2 + l_3 \cos \theta_3 \right) \quad (2)$$

Toán tử Lagrangian có dạng:

$$L = T - V \quad (3)$$

Áp dụng cơ học Lagrange, cụ thể là phương trình Lagrange loại 1, hệ phương trình động lực học của hệ thống là:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} = \tau \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_3} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_3} = 0 \quad (6)$$

Bằng một số tính toán cho (4),(5),(6) ta được hệ phương trình sau:

$$\tau = -L_1 l_3 m_3 \sin \theta_3 \dot{\theta}_3^2 + \ddot{\theta}_1 (J_1 + L_1^2 m_2 + L_1^2 m_3) + \ddot{\theta}_2 (L_1 L_2 m_3 \cos \theta_2 + L_1 l_2 m_2 \cos \theta_2) - \dot{\theta}_2 (L_1 L_2 m_3 \sin \theta_2 \dot{\theta}_2 + L_1 l_2 m_2 \sin \theta_2 \dot{\theta}_2) + L_1 l_3 m_3 \cos \theta_3 \ddot{\theta}_3 \quad (7)$$

$$0 = \ddot{\theta}_2 (J_2 + l_2^2 m_2 + L_2^2 m_3) - L_2 g m_3 \sin \theta_2 - l_2 g m_2 \sin \theta_2 + L_2 l_3 m_3 \cos (\theta_2 - \theta_3) \ddot{\theta}_3 + L_2 l_3 m_3 \sin (\theta_2 - \theta_3) \dot{\theta}_3^2 + (L_1 L_2 m_3 \cos \theta_2 + L_1 l_2 m_2 \cos \theta_2) \ddot{\theta}_1 \quad (8)$$

$$0 = (J_3 + l_3^2 m_3) \ddot{\theta}_3 - m_3 g l_3 \sin \theta_3 + L_1 l_3 m_3 \cos \theta_3 \ddot{\theta}_1 + L_2 l_3 m_3 \cos (\theta_2 - \theta_3) \ddot{\theta}_2 - L_2 l_3 m_3 \sin (\theta_2 - \theta_3) \dot{\theta}_2^2$$

(9) Quy đổi tín hiệu điều khiển từ mômen lực về điện áp điều khiển động cơ. Phương trình diễn tả mômen lực theo điện áp là:

$$\tau = -K_3 \ddot{\theta}_1 - K_2 \dot{\theta}_1 + K_1 e \quad (10)$$

Trong đó: $K_1 = \frac{K_t}{R_m}$; $K_2 = C_m + \frac{K_t K_b}{R_m}$; $K_3 = J_m$

Tổng hợp (7)-(10), hệ phương trình động lực học dưới dạng vi phân của hệ thống là:

$$-K_3\ddot{\theta}_1 - K_2\dot{\theta}_1 + K_1e = h_1\ddot{\theta}_1 + (h_2 + h_3)\cos\theta_2\ddot{\theta}_2 \quad (11)$$

$$+ h_4\cos\theta_3\ddot{\theta}_3 - (h_2 + h_3)\sin\theta_2\dot{\theta}_2^2 - (h_4\sin\theta_3)\dot{\theta}_3^2$$

$$0 = (h_2 + h_3)\cos\theta_2\ddot{\theta}_1 + h_5\ddot{\theta}_2 + h_6\cos(\theta_2 - \theta_3)\ddot{\theta}_3 \quad (12)$$

$$+ h_6\sin(\theta_2 - \theta_3)\dot{\theta}_3^2 - (h_7 + h_8)\sin\theta_2$$

$$0 = (h_4\cos\theta_3)\ddot{\theta}_1 + h_6\cos(\theta_2 - \theta_3)\ddot{\theta}_2 + \quad (13)$$

$$h_9\ddot{\theta}_3 - h_6\sin(\theta_2 - \theta_3)\dot{\theta}_2^2 - h_{10}\sin\theta_3$$

Trong đó, ta có các tham số trung gian được trình bày trong Bảng 1 sau:

Bảng 1. Tham số trung gian của các công thức (11), (12), (13)

Tham số	Giá trị
h_1	$J_1 + m_2L_1^2 + m_3L_1^2$
h_2	$m_2L_1l_2$
h_3	$m_3L_1L_2$
h_4	$m_3L_1l_3$
h_5	$J_2 + m_2l_2^2 + m_3L_2^2$
h_6	$m_3L_2l_3$
h_7	m_2gl_2
h_8	m_3gL_2
h_9	$J_3 + m_3l_3^2$
h_{10}	m_3gl_3

3.2. Tuyến tính hóa hệ DRIP

Để tuyến tính hóa hệ DRIP, ta bắt đầu từ phương trình động lực học trước khi tuyến tính được trình bày dưới dạng vi phân như (11), (12), (13). Khi thanh cánh tay ở vị trí góc, hai thanh con lắc ở

vị trí thẳng đứng hướng lên, ta có thể tuyến tính hóa bằng cách áp dụng xấp xỉ góc nhỏ cho (11), (12), (13)

$$\cos\theta \approx 1, \sin\theta \approx 0, \dot{\theta}^2 \approx 0 \quad (14)$$

Sau đây, ta sử dụng công cụ Matlab để tính ra từ (15), (16), (17) như sau

$$-K_3\ddot{\theta}_1 - K_2\dot{\theta}_1 + K_1e = h_1\ddot{\theta}_1 + (h_2 + h_3)\ddot{\theta}_2 \quad (15)$$

$$+ h_4\ddot{\theta}_3 - (h_4\sin\theta_3)\dot{\theta}_3^2$$

$$0 = (h_2 + h_3)\ddot{\theta}_1 + h_5\ddot{\theta}_2 + h_6\ddot{\theta}_3 \quad (16)$$

$$- (h_7 + h_8)\sin\theta_2$$

$$0 = h_4\ddot{\theta}_1 + h_6\ddot{\theta}_2 + h_9\ddot{\theta}_3 - h_{10}\sin\theta_3 \quad (17)$$

3.3. Mô tả hệ thống dưới dạng hệ phương trình trạng thái

Đặt các biến trạng thái như sau:

$$x_1 = \theta_1, x_2 = \dot{\theta}_1, x_3 = \theta_2, \quad (18)$$

$$x_4 = \dot{\theta}_2, x_5 = \theta_3, x_6 = \dot{\theta}_3$$

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T \quad (19)$$

$$y = [x_1 \ x_3 \ x_5]^T \quad (20)$$

Các phương trình (16), (17), (18) trở thành

$$\frac{d}{dt}x = f(x, u, t) = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \dot{\theta}_1 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 \\ \theta_3 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \end{bmatrix}$$

Hệ phương trình trạng thái dạng ma trận của hệ DRIP được viết dưới dạng sau:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (21)$$

$$y = Cx$$

Với ma trận A, B được tính là:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \frac{\partial f_1}{\partial x_4} & \frac{\partial f_1}{\partial x_5} & \frac{\partial f_1}{\partial x_6} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \frac{\partial f_2}{\partial x_4} & \frac{\partial f_2}{\partial x_5} & \frac{\partial f_2}{\partial x_6} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} & \frac{\partial f_3}{\partial x_4} & \frac{\partial f_3}{\partial x_5} & \frac{\partial f_3}{\partial x_6} \\ \frac{\partial f_4}{\partial x_1} & \frac{\partial f_4}{\partial x_2} & \frac{\partial f_4}{\partial x_3} & \frac{\partial f_4}{\partial x_4} & \frac{\partial f_4}{\partial x_5} & \frac{\partial f_4}{\partial x_6} \\ \frac{\partial f_5}{\partial x_1} & \frac{\partial f_5}{\partial x_2} & \frac{\partial f_5}{\partial x_3} & \frac{\partial f_5}{\partial x_4} & \frac{\partial f_5}{\partial x_5} & \frac{\partial f_5}{\partial x_6} \\ \frac{\partial f_6}{\partial x_1} & \frac{\partial f_6}{\partial x_2} & \frac{\partial f_6}{\partial x_3} & \frac{\partial f_6}{\partial x_4} & \frac{\partial f_6}{\partial x_5} & \frac{\partial f_6}{\partial x_6} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u} \\ \frac{\partial f_3}{\partial u} \\ \frac{\partial f_4}{\partial u} \\ \frac{\partial f_5}{\partial u} \\ \frac{\partial f_6}{\partial u} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.7933 & -60.6449 & 0 & 6.7383 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1.02 & 204.1006 & 0 & -71.7278 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0.3400 & -215.1835 & 0 & 171.0593 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$B = [0 \ 8.3058 \ 0 \ -10.6789 \ 0 \ 3.5596]^T$$

Tín hiệu điều khiển cho hệ DRIP được tính toán như sau:

$$u = -Kx \quad (23)$$

Tính toán ma trận P dựa vào phương trình Ricatti. Và dùng ma trận P để tìm ra ma trận A và B. Từ đó ta được ma trận tối ưu K của hệ:

$$PA + A^T P + Q - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (24)$$

$$K = R^{-1}B^T P \quad (25)$$

Trong đó, Q là ma trận trọng số tương ứng với các biến trạng thái và R là ma trận trọng số tương ứng với tín hiệu điều khiển

4. Thiết kế BDK LQR

Xét tại các vị trí làm việc xác lập của hệ con lắc ngược quay kép đã được tuyến tính hóa

$$\theta_1 = 0, \dot{\theta}_1 = 0, \theta_2 = 0, \dot{\theta}_2 = 0, \theta_3 = 0, \dot{\theta}_3 = 0, e = 0$$

Ta có thông số mô hình: $c = 0.04872$, $m_2 = 0.01392$, $m_3 = 0.01392$, $L_1 = 0.2$, $L_2 = 0.2$, $L_3 = 0.2$, $l_1 = 0.05$, $l_2 = 0.1$, $l_3 = 0.1$, $g = 9.81$, $J_1 = \frac{1}{12}m_1L_1^2 = 6.4960e^{-4}$,

$$J_2 = \frac{1}{12}m_2L_2^2 = 4.6400e^{-5}, J_3 = \frac{1}{12}m_3L_3^2 = 4.6400e^{-5}$$

Dựa trên tài liệu [7] và [8], ta sử dụng lại các thông số động cơ mà nhóm tác giả trước đã nhận dạng:

$$R_m = 11.944421124154792$$

$$K_t = 0.086164500636167$$

$$K_b = 0.086164500636167$$

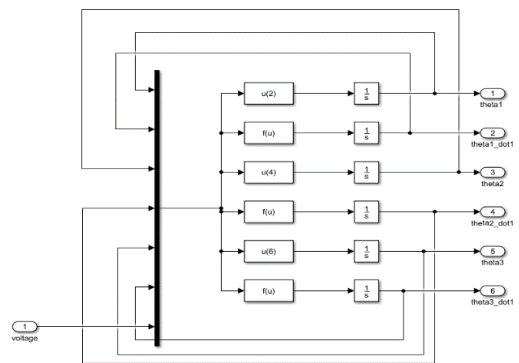
$$J_m = 0.000059833861116$$

$$C_m = 0.000067435629646$$

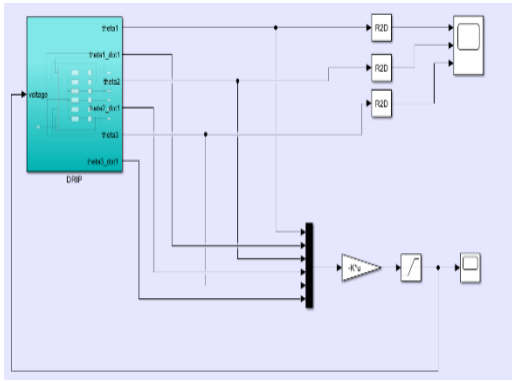
Với các thông số vừa được trình bày, ma trận A, B được tính như sau:

5. Mô phỏng thông qua Matlab/Simulink

Các khối mô phỏng được thể hiện ở Hình 2 và Hình 3 dưới đây.



Hình 2. Khối Function mô phỏng mô hình



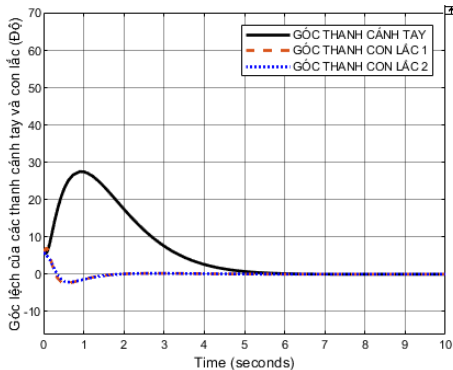
Hình 3. Khối mô phỏng giải thuật LQR

Trường hợp 1: Chọn ma trận điều khiển Q và R là ma trận đơn vị:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R = 1$$

Ma trận điều khiển được tính ra là:

$$K = [1 \quad 1.5468 \quad -109.9374 \quad -0.4831 \quad 138.9437 \quad 11.4569]$$



Hình 4. Đáp ứng hệ ở trường hợp 1

Trong Hình 4, con lắc 1 và 2 xác lập trạng thái tại thời gian xấp xỉ là 2.5s. Cánh tay xác lập tại thời điểm xấp xỉ là 6.0s. Con lắc 1 và 2 dao động quanh vị trí xác lập lần lượt là 0.19(độ) và 0.16(độ). Cánh tay dao động quanh vị trí xác lập là 0.25(độ). BDK LQR đã ổn định tại điểm cân bằng cho hệ DRIP

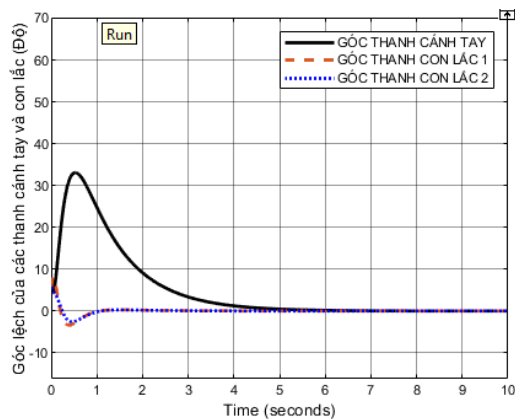
Trường hợp 2: Tăng các thành phần điều khiển trong ma trận Q và giảm giá

trị thành phần ma trận R so với trường hợp 1, ta chọn ma trận điều khiển Q và R như sau:

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}, R = 0.1$$

Ma trận điều khiển được tính ra là

$$K = [10 \quad 14.9361 \quad -353.8542 \quad 14.5684 \quad 650.3291 \quad 58.8253]$$



Hình 5. Đáp ứng hệ ở trường hợp 2

Trong Hình 5, con lắc 1 và 2 xác lập trạng thái tại thời gian xấp xỉ là 1.5s. Cánh tay xác lập tại thời điểm xấp xỉ là 6.0s. Con lắc 1 và 2 dao động quanh vị trí xác lập lần lượt là 0.27(độ) và 0.26(độ). Cánh tay dao động quanh vị trí xác lập là 0.16(độ). Sai số xác lập của các biến trạng thái là nhỏ hơn so với trường hợp 1. BDK LQR đã ổn định tại điểm cân bằng cho hệ DRIP. Bên cạnh đó, độ vọt lố của cánh tay và các con lắc là lớn hơn trường hợp 1. Cánh tay vọt lố lên hơn 32 độ ở trường hợp 2 so với chỉ 28 độ ở trường hợp 1 trước khi về trạng thái ổn định. Tuy nhiên, sai số xác lập là được cải thiện so với trường hợp 1. Thời

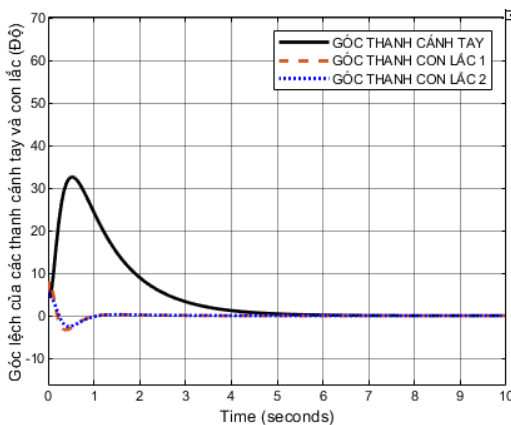
gian xác lập gần như không đổi ở trường hợp 2 và trường hợp 1.

Trường hợp 3: tiếp tục tăng các thành phần ma trận Q và giảm thành phần ma trận R so với trường hợp 1 và 2, ta chọn ma trận Q và R như sau:

$$Q = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}, R = 0.01$$

Ma trận điều khiển được tính ra là:

$$K = \begin{bmatrix} 100 & -2917.7 & -266.0327 \\ 164.2539 & 5939.114 & 547.3620 \end{bmatrix}$$



Hình 6. Đáp ứng hệ ở trường hợp 3

Trong Hình 6, con lắc 1 và 2 xác lập trạng thái tại thời gian xấp xỉ là 1.2s. Cánh tay xác lập tại thời điểm xấp xỉ là 5.5s, giảm so với trường hợp 1 và 2. Con lắc 1 và 2 dao động quanh vị trí xác lập lần lượt là 0.19(độ) và 0.14(độ). Sai số xác lập của các biến trạng thái này là nhỏ hơn so với trường hợp 2. Cánh tay dao động quanh vị trí xác lập là 0.16(độ) không đổi so với trường hợp 2. BDK LQR đã ổn định tại điểm cân bằng cho hệ DRIP. Bên cạnh đó, độ vọt lố của cánh tay và con lắc là lớn hơn nhưng không đáng kể so với ở trường hợp 2.

Nhận xét: Như vậy, thông qua hiệu chỉnh trên mô phỏng, việc tăng thông số Q hay tương ứng giảm thông số R làm tăng độ vọt lố ban đầu của hệ thống nhưng sẽ làm giảm thời gian xác lập và sai số xác lập của các biến trạng thái. Đây là cơ sở để hiệu chỉnh ma trận điều khiển Q, R đối với hệ SIMO bậc cao, mà tiêu biểu là DRIP

6. Kết luận

Thông qua bài báo này, nhóm tác giả đã trình bày hệ phương trình động lực học của DRIP với trường hợp ngõ vào là điện áp cấp cho động cơ. Bên cạnh đó, nhóm chúng tôi cũng đã thiết kế một phương pháp điều khiển LQR cho hệ SIMO bậc cao là hệ DRIP. Kết quả điều khiển hệ trên tại vị trí điểm làm việc tĩnh hướng lên được chứng minh là thành công thông qua mô phỏng. Bên cạnh đó, một khảo sát cũng cho thấy một quy luật hiệu chỉnh để chất lượng hệ thống thay đổi theo yêu cầu.

7. Lời cảm ơn

Nhóm tác giả xin gửi lời cảm ơn đến TS. Nguyễn Văn Đông Hải, phòng C205 – Điều khiển tự động, Khoa Điện-Điện tử, Đại học Sư phạm Kỹ thuật TP HCM (email: hainvd@hcmute.edu.vn) đã hỗ trợ nơi làm việc và góp ý, hướng dẫn trong quá trình thực hiện công trình này.

Tài liệu tham khảo

- [1] Jacob and L. Michel, LABOTARY GUIDE Rotary Double Inverted Pendulum Experiment for LaBVIEW Users, Markham, Ontario: Quanser Inc, 2012.
- [2] B. Li, “Rotational Double Inverted Pendulum”, Master of Science in Electrical Engineering, University of Dayton, August, 2013.

- [3] V. Sukonranakarn, "Control of Rotary Double Inverted Pendulum using Neural Network based Adaptive Neural Network based Adaptive", Asian Institute of Technology School of Engineering and Technology Thailand, August 2011.
- [4] Z. B. Hazem, M. J. Fotuhi and Z. Bingul, "Development of a Fuzzy-LQR and Fuzzy-LQG," Journal of the Franklin Institute, August 2022.
- [5] U. Ansari, I. M. Mehedi, A. H. Bajodah and U. M. Al-Saggaf, "Robust Generalized Dynamic Inversion Control for Stabilizing Rotary Double Inverted Pendulum," 2018 6th International Conference on Control Engineering & Information Technology (CEIT), Istanbul, Turkey, pp. 1-6, 2018.
- [6] L. T. H. Lam, "Điều khiển LQR Cân Bằng và Bám Quỹ đạo cho Hệ Con Lắc Ngược Quay Hai Bậc," Tạp chí Khoa học, trường Đại học Tiền Giang, no. 11, p. 29, 2021.
- [7] V. M. Tài, N. M. Tâm, L. T. T. Hoàng, T. V. Đô, T. Đ. Thiện, N. T. M. Nguyệt, N. V. Thuyên and N. V. Đ. Hải, "Back-stepping control for rotary inverted pendulum," Journal of Technical Education Science, vol. 59, pp. 93-101, 2020.
- [8] N. V. Đ. Hải, "Xây dựng bộ điều khiển nhúng tuyến tính hóa vào ra cho hệ xe con lắc ngược," Luận văn Thạc sỹ, Đại học Bách khoa TP HCM, 2011.

Ngày nhận bài: 14/3/2023

Ngày hoàn thành sửa bài: 28/5/2023

Ngày chấp nhận đăng: 6/6/2023